

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි
 முழுப் பதிப்புரிமையுடையது
 All Rights Reserved

10	S	I
අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙල) විභාගය, 2002 අප්‍රේල් கல்விப் பொதுத் தராதரப்பத்திர(உயர் தர) ப் பரீட்சை, 2002 ஏப்பிரல் General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, April 2002		
සංයුක්ත ගණිතය I இணைந்த கணிதம் I Combined Mathematics I	පැය තුනයි மூன்று மணித்தியாலம் Three hours	

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

- $f(x) = x^2 + 2x + 9$; $x \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු.
 - α, β යනු $f(x) = 0$ හි මූල නම්, $\alpha^2 - 1$ සහ $\beta^2 - 1$ මූල වශයෙන් ඇති වර්ගදෘශ්‍යමය ලබා ගන්න.
 - $f(x) = k$ සමීකරණයට, x සඳහා හරියට ම එක් තාත්වික මූලයක් පවතින සේ වූ k තාත්වික නියතයක අගය සොයන්න.
 - $\frac{1}{f(x)}$ හි වැඩිතම අගය සොයා, එය ලැබෙන්නා වූ x හි අගය ද දෙන්න.
 - $f(x) = 7x$ සමීකරණයට x සඳහා තාත්වික විසඳුමක් නොමැති වන සේ වූ λ පාත්වික නියතයේ අගය කුලකය නිර්ණය කරන්න.

- හරියට 7 ශිෂ්‍යයන් හතර දෙනෙකුගෙන් සමන්විත පාසල් විවිධ කණ්ඩායමක්, සුදුසුකම් ලැබූ ශිෂ්‍යයන් දෙදෙනෙක් දෙනෙකු අතරින් තෝරා ගැනීමට නියමිතය. එම කණ්ඩායම තෝරා ගත හැකි ආකාර ගණන සොයන්න. අනුර සහ හවන් සුදුසුකම් ලැබූ ශිෂ්‍යයන් දෙදෙනෙක් දෙනා අතර වේ.
 - අනුර සහ හවන් දෙදෙනාම කණ්ඩායම සිටී,
 - එක්තරා අනුර හෝ හවන් තැනහොත් හවන් කණ්ඩායමේ සිටී,
 - අනුරගේ හවන්ගේ කණ්ඩායමේ නොසිටී,
 යන එක් එක් අවස්ථාව සඳහා විවිධ කණ්ඩායම තෝරා ගත හැකි ආකාර ගණන සොයන්න.

(b) $\left(\frac{7}{6x} - \frac{6x}{7}\right)^{13}$ හි ප්‍රසාරණය සලකන්න.

- x හි ඉරට්ටේ බල හෝ $\frac{1}{x}$ හි ඉරට්ටේ බල හෝ එම ප්‍රසාරණයේ නොමැති බව.
- $\frac{1}{x}$ හි සංගුණකය 2002 බව

පෙන්වන්න.

3. (a) ශුභික අභ්‍යන්තර පිළිබඳ මූලධර්මය යොදනනිමින්, සෑම n ධන නිඛිලයක් සඳහා, $n! \geq 2^{n-1}$ බව සාධනය කරන්න.

www.pastpaperlk.com

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k!} \leq 2 - \frac{1}{2^{n-1}}$$

බව අපෝහනය කරන්න.

ඒ නයින්, $e \leq 3$ බව පෙන්වන්න; මෙහි e යනු ප්‍රකෘති ලඝුගණකවල පාදය වේ.

(b) $y = |3x - a|$ සහ $y = |bx - 2|$ හි ප්‍රස්ථාර එකම දළ රූප සටහනක අඳින්න; මෙහි a හා b ධන සංඛ්‍යා වේ.

$|3x - a| < |bx - 2|$ අසමානතාව සපුරාලන්නා වූ x හි පිටුපස ම අගය කුලකය $\left\{x : x > \frac{4}{3}\right\}$ නම්, ප්‍රස්ථාර උපයෝගී කර ගැනීමෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ a සහ b සොයන්න.

www.pastpaperlk.com

4. z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව, $z = x + iy$, $x > 0$, $y > 0$ මගින් දෙනු ලැබේ. ආගන් සටහනෙහි z , $2iz$, $z + 2iz$ ට අනුරූප ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙලින් A, B, C වේ. A, B, C ලක්ෂ්‍ය සලකුණු කර, $\hat{A}OB$ සහ $\tan \hat{A}OC$ නිර්ණය කරන්න.

(i) C අනාන්තවික අක්ෂයේ පිහිටයි නම්, x සහ y අතර සම්බන්ධතාවක් ලබාගන්න.

(ii) $y = 2x$ නම්, z^2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යය OC රේඛාව මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.

(iii) $|z| \leq 4$ සහ $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) \leq \arg z \leq \tan^{-1}(2)$ වන පරිදි වූ z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යයන්ගෙන් සමන්විත පෙදෙස වෙනත් රූප සටහනක අඳුරු කරන්න.

අඳුරු කළ කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.

5. (a) $y = e^{4x} \sin 3x$ නම්, $\frac{d^2y}{dx^2} - 8 \frac{dy}{dx} + 25y = 0$ බව පෙන්වන්න.

www.pastpaperlk.com

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=0}, \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_{x=0} \text{ සහ } \left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)_{x=0} \text{ සොයන්න.}$$

(b) ඝන ගෝලයකින්, ගෝලයේ කේන්ද්‍රය හරහා යන්නා වූ අක්ෂයක් සහිත සෘජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයක් කපනු ලැබේ. සිලින්ඩරයේ පරිමාව, ගෝලයේ පරිමාව මෙන් $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ට වඩා වැඩි විය නොහැකි බව සාධනය කරන්න.

www.pastpaperlk.com

[දැන්වුණි පිටුව බලන්න.

www.pastpaperlk.com

2002

www.pastpaperlk.com

6. (a) සුදුසු ආදේශයක් යෙදීමෙන්, $\int_1^2 \frac{x^3}{\sqrt{x^2-1}} dx$ අනුකලය අගයන්න.

(b) කොටස් වශයෙන් අනුකලන ක්‍රමය භාවිතයෙන්, $\int_0^1 x \tan^{-1} x dx$ අනුකලය අගයන්න.

(c) $\int_1^2 \frac{5x-4}{(1-x+x^2)(2+x)} dx$ සොයන්න.

www.pastpaperlk.com

7. $u_1 \equiv a_1x + b_1y + c_1 = 0$ සහ $u_2 \equiv a_2x + b_2y + c_2 = 0$ යනු දී ඇති සමාන්තර නොවන සරල රේඛා දෙකකි. λ හි යුම අගයක් සඳහා $u_1 + \lambda u_2 = 0$ සරල රේඛාව අවල ලක්ෂ්‍යයක් හරහා යන බව පෙන්වන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයක සම්මුඛ පාදවලට B, C හරහා අඳිනු ලැබූ ලම්බවල සමීකරණ පිළිවෙලින් $x - 4y + 5 = 0$ සහ $2x - y + 3 = 0$ වේ. A හි ඛණ්ඩාංක $(k, -k)$ ලෙස ගනු ලැබුවේ නම්, AB සහ AC රේඛාවල සමීකරණ ද B හි සහ C හි ඛණ්ඩාංක ද k ඇසුරෙන් සොයන්න.

k විචලනය වන විට, ABC ත්‍රිකෝණයේ කේන්ද්‍රකය $x + 5y - 4 = 0$ රේඛාව මත පිහිටන බව සාධනය කරන්න.

8. $x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0$ සහ $x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2 = 0$ වෘත්ත ස්පර්ශවීම සඳහා අවශ්‍යතාවක් සොයන්න. ඒවා ස්පර්ශ වේ නම්, ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යය $2(g_1 - g_2)x + 2(f_1 - f_2)y + c_1 - c_2 = 0$ සහ $(f_1 - f_2)x - (g_1 - g_2)y + f_1g_2 - f_2g_1 = 0$ රේඛා එක එකක් මත පිහිටන බව සාධනය කරන්න.

$x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$ සහ $x^2 + y^2 - 10x + 20 = 0$ වෘත්ත, එකිනෙක බාහිරව ස්පර්ශ කරන බව පෙන්වා, වෘත්ත දෙකෙහි A ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

P යනු, P හි සිට ප්‍රථම වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ දිග, P හි සිට දෙවැනි වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ දිග මෙන් k (නියතයක්) වාරයක් වන සේ වූ ලක්ෂ්‍යයකි. $k^2 \neq 1$ නම් P හි පථය A හරහා වූ වෘත්තයක් බව සාධනය කර k ඇසුරෙන් එහි සමීකරණය සොයන්න.

9. ABC යනු, $b > c$ පරිදි වූ ත්‍රිකෝණයකි. D සහ E යනු, A හරහා මධ්‍යස්ථය AD වන පරිදි ද, AD, AE මගින් A කෝණය ත්‍රිවිචේද කරන පරිදි ද BC මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය වේ. සුදුසු ලෙස කෝණ ගනු ලැබූ ත්‍රිකෝණ දෙකකට සයින නියමය යෙදීමෙන්, $\cos \frac{A}{3} = \frac{b}{2c}$ බව සාධනය කරන්න.

$DE : EB = 1 : k$ නම් $\cos \frac{A}{3}$ රාශිය $\frac{(2+k)c}{2kb}$ ට ද සමාන බව පෙන්වන්න.

$k = 1$ නම් $A = 90^\circ$ බව ද $k = 2$ නම් $A = 135^\circ$ බව ද අපෝහනය කරන්න.

එක් එක් අම්ප්ලාවේ දී, a ඇසුරෙන් b සහ c නිර්ණය කරන්න.